RALLYE 2009 DES CLASSES DE TERMINALES

Les candidats sont invités à indiquer sur leur copie tous les éléments de réponse qu'ils jugent pertinents, même si leur solution n'a pas entièrement abouti.

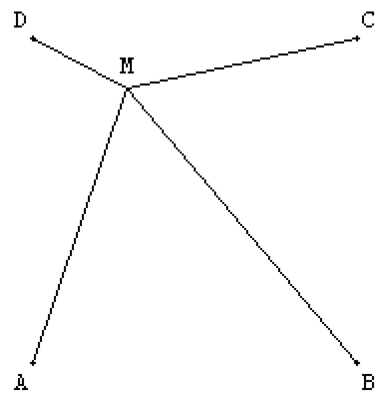
Exercice 1 :

Un esquimau rencontre un explorateur et lui dit : « tu peux trouver sans hésitation mon âge A, la longueur L de mon traîneau en centimètres et le nombre n de chiens de mon attelage sachant que mon âge est supérieur ou égal au double du nombre de chiens, le traîneau mesure entre 2 et 3 mètres, le produit des 3 nombres cherchés vaut 50127 et la longueur du traîneau en centimètres est supérieure ou égale à 7 fois mon âge ».
L'esquimau a-t-il raison ?

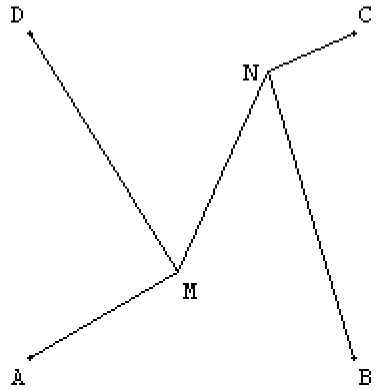
Exercice 2 :

On envisage de créer un réseau routier pour relier 4 villes A, B, C et D situées aux sommets d'un carré de longueur a.
On souhaite construire un réseau de longueur minimale.

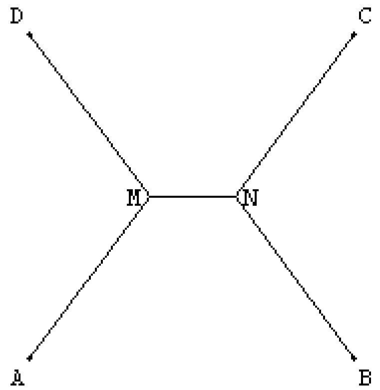
1) Dans un premier temps, on considère les réseaux à un seul nœud comme indiqué ci-dessous. Comment choisir M pour avoir la longueur minimale ? Quelle est cette longueur l ?



2) Une exploration sur ordinateur laisse à penser qu'un réseau à 2 nœuds (voir figure ci-dessous) peut fournir un meilleur résultat que celui obtenu précédemment.



a) Justifier celà.
b) Parmi les réseaux symétriques à 2 nœuds (voir la figure ci-dessous), quel est celui qui a la longueur minimale ? Quelle est cette longueur ?



Exercice 3 :

On dispose d'un échiquier rectangulaire comportant 3 lignes et n colonnes.
Une tour est placée sur la case inférieure gauche et on l'amène sur la case supérieure gauche de la manière suivante : elle peut passer d'une case à une case contiguë (côté commun)mais ne peut pas repasser par une case qu'elle a déjà occupée auparavant (sa trajectoire est dite « auto-évitante »).
On note R(n) le nombre de chemins possibles sur un tel échiquier.

1) Déterminer R(n) pour n=1,2 et 3.
2) Déterminer R(4) et R(5).
3) Proposer une méthode pour déterminer R(2009).